



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени Н.Э. БАУМАНА

Учебное пособие

Методические указания
по выполнению домашних заданий
по единому комплексному заданию по блоку дисциплины

«Основы автоматики и системы автоматического управления»

МГТУ имени Н.Э. Баумана

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени Н.Э. БАУМАНА

Методические указания
по выполнению домашних заданий
по единому комплексному заданию по блоку дисциплины

«Основы автоматики и системы автоматического управления»

Москва
МГТУ имени Н.Э. Баумана

2012

УДК 681.3.06(075.8)
ББК 32.973-018
И201

Методические указания по выполнению домашних заданий по единому комплексному заданию по блоку дисциплины «Основы автоматики и системы автоматического управления» / Коллектив авторов – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 27 с.: ил.

В методических указаниях рассмотрены основные этапы, их последовательность и содержание по выполнению домашних заданий курсовой работы по единому комплексному заданию по блоку дисциплины «Основы автоматики и системы автоматического управления».

Ил. 39. Табл. 5. Библиогр. 7 назв.

УДК 681.3.06(075.8)

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012

АННОТАЦИЯ

В ходе домашнего задания необходимо разработать устойчивую систему, достигается это путем введения в систему блока обратной связи. Домашнее задание состоит из нескольких этапов. На первых этапах происходит адаптация исходных данных, с целью включения в нее блока обратной связи. Затем происходит разработка программы для блока и реализации его по принципу аналогового фильтра. Дальнейшие расчеты необходимы для выбора конкретных параметров электронных радио элементов, входящих в состав аналогового фильтра. Для проверки правильности результата моделирование блока ведется несколькими способами.

ANNOTATION

During the homework necessary to develop a stable system, this is achieved by introducing a system of block feedback. Homework consists of several stages. In the early stages is the adaptation of initial data, in order to incorporate the power of feedback. Then there is the development of programs for the unit and its implementation on the basis of the analog filter. Further calculations are needed to select the specific parameters of radio electronic components comprising the analog filter. To verify the simulation result of the block is in several ways.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
1 РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ	7
1.1 Составление дифференциального уравнения системы	7
1.2 Приведения дифференциального уравнения к нормальной форме.	8
1.3 Нахождение матрицы перехода.....	8
1.4 Получения аналитического выражения для вектора состояний.....	9
1.5 Получение передаточной функции для элементов системы автоматического управления ..	10
1.6 Получение разностного уравнения замкнутой системы	12
1.7 Построение корневого годографа системы	15
1.8 Проведение синтеза корректирующего устройства.	17
1.9 Реализация корректирующего устройства	19
1.10 Проведение анализа спроектированной системы.	20
1.11 Вычисления шага квантования.....	21
1.12 Проведения синтеза дискретного корректирующего устройства.	22
1.13 Составление программы управления устройством	23
1.14 Повторный анализ системы.	24
1.15 Проведения анализа системы с учетом нелинейности	25
ВЫВОДЫ.....	26
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКО.....	27

ВВЕДЕНИЕ

В курсе лекций рассмотрены основные темы курса «Основы автоматики и системы автоматического управления» такие как: Обратная связь в нестабильном процессе, на примере лазерного дискового привода. В процессе расчетов задействован математический аппарат, позволяющий точно рассчитать управляющее воздействие, которое необходимо сообщить системе, для ее стабильной работы.

Входные данные на примере варианта номер 20:

$$K_{can} = 0.2 \quad R_{я} = 10 [Ом] \quad i = 20 \quad a = 10^{-6} [м] \quad R_{к} = 0.01 [м] \quad K_{Г} = 62500 \\ \tau = 0.007$$

$$N_{зад} = 14400 [шагов] \quad K_{у} = 900 \quad L_{я} = 9.5 \times 10^{-2} Гн \quad K_{\delta} = 0.18 \left[\frac{1}{сВ} \right] \quad T_{м} = 0.016 [с]$$

Алгоритм выполнения домашнего задания:

- 1)установить программу маткад 12
- 2)открыть файл примера
- 3)открыв какой нибудь файл через маткад, вы увидите начальные условия в начала программы, замените их на свои, подождите пока программа пересчитает все формулы и потом сохраните их как вордфайл
- 4)сохранение как ворд: файл-сохранить как-файл с разрешением tip или что то около этого, сохранить с разрешением doc или docx вы не найдете, но tip прекрасно будет открываться и рапечатываться вордом
могут появиться сложности со вторым дз, т.к. там будет требоваться построение графика на миллиметровке вручную...
- 5)Внимание! Варианты деляться на четные и нечетные, используйте прогу своей четности(нечетности)

1 РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

1.1 Составление дифференциального уравнения системы

Составляем единое дифференциальное уравнение системы, рассматривая в качестве регулируемой величины – N , а входного воздействия – $N_{зад}$ привести уравнение к нормальному виду [1].

Цифро-аналоговый преобразователь: $U_{цАП} = K_{цАП} I_{НП}(t - \tau)$, где $I_{НП}(t - \tau) = N_{зад} - N(t - \tau)$, ($\tau = 0$)

Усилитель: $U_y = K_y U_{цАП}$

Двигатель постоянного тока: $T_m T_z \frac{d^2 \Omega_z}{dt^2} + (T_m + T_z) \frac{d\Omega_z}{dt} + \Omega_z = K_d U_y$, где $T_z = \frac{L_n}{R_n}$

Редуктор: $i = \frac{\Omega_d}{\Omega_k}$

Реечная передача: $R_n = \int V_n dt = R_k \int \Omega_k dt$

Лазерная головка: $N = K_r R_n$

Уравнение обратной связи: $\Delta N(t - \tau) = N_{зад} - N(t - \tau)$

$U_y = K_y U_{цАП} = K_y K_{цАП} \Delta N(t - \tau) = K_y K_{цАП} (N_{зад} - N(t - \tau))$

$R_n = \int V_n dt = R_k \int \Omega_k dt \Rightarrow$

$\Omega_k = \frac{1}{R_k} \frac{dR_n}{dt} = \frac{1}{R_k K_r} \frac{dN}{dt}$

$\Omega_n = i \Omega_k = \frac{i}{R_k K_r} \frac{dN}{dt}$

$\frac{T_m L_n i}{R_n R_k K_r} \frac{d^3 N}{dt^3} + \left(T_m + \frac{L_n}{R_n}\right) \frac{i}{R_k K_r} \frac{d^2 N}{dt^2} + \frac{i}{R_k K_r} \frac{dN}{dt} = K_d K_y K_{цАП} (N_{зад} - N(t - \tau))$

$\frac{d^3 N}{dt^3} + \left(\frac{R_n}{L_n} + \frac{1}{T_m}\right) \frac{d^2 N}{dt^2} + \frac{R_n}{T_m L_n} \frac{dN}{dt} + \frac{K_d K_y K_{цАП} R_n R_k K_r}{iT_m L_n} N(t - \tau) = \frac{K_d K_y K_{цАП} R_n R_k K_r}{iT_m L_n} N_{зад}$

$a_3 \frac{d^3 N}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 N}{dt^2} + a_1 \frac{dN}{dt} + a_0 N = b_0 N_{зад}$

$a_3 = 1$

$a_2 = \frac{R_n}{L_n} + \frac{1}{T_m} = 167.8$

$a_1 = \frac{R_n}{T_m L_n} = 6579$

$a_0 = b_0 = \frac{K_d K_y K_{цАП} R_n R_k K_r}{iT_m L_n} = 6661184$

1.2 Приведения дифференциального уравнения к нормальной форме

Записываем полученное уравнение в нормальной форме Коши. Определить матрицу состояния системы и корни характеристического уравнения (при $\tau = 0$).

$$N_0 = N; \quad \begin{cases} \dot{N}_0 = N_1; \\ \dot{N}_1 = N_2; \\ \dot{N}_2 = -a_2 N_2 - a_1 N_1 - a_0 N_0 + b_0 N_{зад} \end{cases}$$

$$\bar{N} = \begin{bmatrix} N_0 \\ N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \\ \dot{N} \\ \ddot{N} \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\bar{N}} = A\bar{N} + BN_{зад}$$

$$x(\lambda) = |\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ a_0 & a_1 & a_2 + \lambda \end{vmatrix} = \lambda(\lambda^2 + a_1\lambda + a_2) + a_0$$

$$= \lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} -248.9 \\ 40.55 + 158.5i \\ 40.55 - 158.5i \end{bmatrix}$$

1.3 Нахождение матрицы перехода

Находим матрицу перехода системы по методу Кэли-Гамильтона (для четных вариантов).

$$\begin{cases} a_0 + a_1\lambda_0 + a_2(\lambda_0)^2 = e^{\lambda_0 t} \\ a_0 + a_1\lambda_1 + a_2(\lambda_1)^2 = e^{\lambda_1 t} \\ a_0 + a_1\lambda_2 + a_2(\lambda_2)^2 = e^{\lambda_2 t} \end{cases}$$

матричный вид:

$$A_1 = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}; \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 & \lambda_0 & (\lambda_0)^2 \\ 1 & \lambda_1 & (\lambda_1)^2 \\ 1 & \lambda_2 & (\lambda_2)^2 \end{bmatrix}; \quad U = \begin{bmatrix} e^{\lambda_0 t} \\ e^{\lambda_1 t} \\ e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix}$$

сначала найдем матрицу коэффициентов A_1 :

$$B_1 A_1 = U(t)$$

$$A_1 = B_1^{-1} \cdot U(t)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & -248.9 & 6.2 \times 10^4 \\ 1 & 40.55 + 158.5i & -2.35 \times 10^4 + (1.29 \times 10^4)i \\ 1 & 40.55 - 158.5i & -2.35 \times 10^4 - (1.29 \times 10^4)i \end{bmatrix}$$

$$B_1^{-1} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.38 - 0.1i & 0.38 + 0.1i \\ -7.45 \times 10^{-4} & 3.72 \times 10^{-4} - (2.47 \times 10^{-3})i & 3.72 \times 10^{-4} + (2.47 \times 10^{-3})i \\ 9.18 \times 10^{-6} & -4.59 \times 10^{-6} - (8.38 \times 10^{-6})i & -4.59 \times 10^{-6} + (8.38 \times 10^{-6})i \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.246 \times e^{-248t} + (0.377 + 0.0965i) \times e^{(40.5-158i)t} + (0.377 - 0.0965i) \times e^{(40.5+158i)t} \\ -0.000745 \times e^{-248t} + (0.000372 + 0.00247i) \times e^{(40.5-158i)t} + (0.000372 - 0.00247i) \times e^{(40.5+158i)t} \\ 0.00000918 \times e^{-248t} - (0.00000459 - 0.00000838i) \times e^{(40.5-158i)t} - (0.00000459 + 0.00000838i) \times e^{(40.5+158i)t} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6.66 \times 10^6 & -6.58 \times 10^3 & -167.76 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -6.66 \times 10^6 & -6.58 \times 10^3 & -167.76 \\ 1.12 \times 10^9 & -5.56 \times 10^6 & 2.16 \times 10^4 \end{bmatrix}$$

Матрица перехода:

$$K = a_0 I + a_1 A + a_2 A^2 =$$

$$\begin{bmatrix} (0.377 + 0.0965i) \cdot e^{(40.5-158.0i)t} + (0.377 - 0.0965i) \cdot e^{(40.5+158.0i)t} + 0.246 \cdot e^{-249.0t} \\ 0.00000917 \cdot e^{-249.0t} - (0.00000458 + 0.00000837i) \cdot e^{(40.5+158.0i)t} - (0.00000458 - 0.00000837i) \cdot e^{(40.5-158.0i)t} \\ 4969.0 \cdot e^{-249.0t} - (2484.0 - 16453.0i) \cdot e^{(40.5+158.0i)t} - (2484.0 + 16453.0i) \cdot e^{(40.5-158.0i)t} \\ (0.000368 + 0.00248i) \cdot e^{(40.5-158.0i)t} + (0.000368 - 0.00248i) \cdot e^{(40.5+158.0i)t} - 0.000737 \cdot e^{-249.0t} \\ (0.377 + 0.0965i) \cdot e^{(40.5-158.0i)t} + (0.377 - 0.0965i) \cdot e^{(40.5+158.0i)t} + 0.246 \cdot e^{-249.0t} \\ 4.91 \cdot e^{-249.0t} - (2.45 - 16.2i) \cdot e^{(40.5+158.0i)t} - (2.45 + 16.2i) \cdot e^{(40.5-158.0i)t} \\ 0.00000917 \cdot e^{-249.0t} - (0.00000458 + 0.00000837i) \cdot e^{(40.5+158.0i)t} - (0.00000458 - 0.00000837i) \cdot e^{(40.5-158.0i)t} \\ (0.000368 + 0.00248i) \cdot e^{(40.5-158.0i)t} + (0.000368 - 0.00248i) \cdot e^{(40.5+158.0i)t} - 0.000737 \cdot e^{-249.0t} \\ (0.314 - 0.318i) \cdot e^{(40.5-158.0i)t} + (0.314 + 0.318i) \cdot e^{(40.5+158.0i)t} + 0.371 \cdot e^{-249.0t} \end{bmatrix}$$

1.4 Получения аналитического выражения для вектора состояний

С помощью матрицы перехода получить аналитическое выражение для вектора состояния замкнутой системы при ступенчатом воздействии $N_{зад}$. построить график регулируемой САУ на $N_{зад}$.

Вычислим вектор состояния через интеграл Дюамеля:

$$\bar{N}(t) = K(t - \tau) \bar{X}(\tau) + \int_{\tau}^t K(t - \lambda) B U(\lambda) d\lambda$$

При нулевых начальных условиях $\tau=0$ $\bar{X}(0) = 0$

$$\bar{N}(t) = \int_0^t K(t - \lambda) B U(\lambda) d\lambda$$

И входном воздействии $U(\lambda) = N_{зад}$

вектор состояния:

$$N(t) = \begin{bmatrix} -5440e^{(40.6-158i)t} + 1990ie^{(40.6+158i)t} - 3540e^{-249t} - 5440e^{(40.6-158i)t} - 1990ie^{(40.6+158i)t} + 14400 \\ -4.45 \times 10^5 e^{(40.6+158i)t} - 8.02ie^{(40.6-158i)t} + 8.84 \times 10^5 e^{-249t} - 4.45 \times 10^5 e^{(40.6-158i)t} + 8.02 \times 10^5 e^{(40.6+158i)t} + 5560 \\ 1.10 \times 10^8 e^{(40.6+158i)t} - 1.03 \times 10^8 ie^{(40.6-158i)t} - 2.19 \times 10^8 e^{-249t} + 1.10 \times 10^8 e^{(40.6-158i)t} + 1.03 \times 10^8 e^{(40.6+158i)t} + 3.26 \times 10^8 \end{bmatrix}$$

для построения графика реакции возьмем первый элемент вектора

$$N(t) = -5440e^{(40.6-158i)t} + 1990ie^{(40.6+158i)t} - 3540e^{-249t} - 5440e^{(40.6-158i)t} - 1990ie^{(40.6+158i)t} + 14400$$

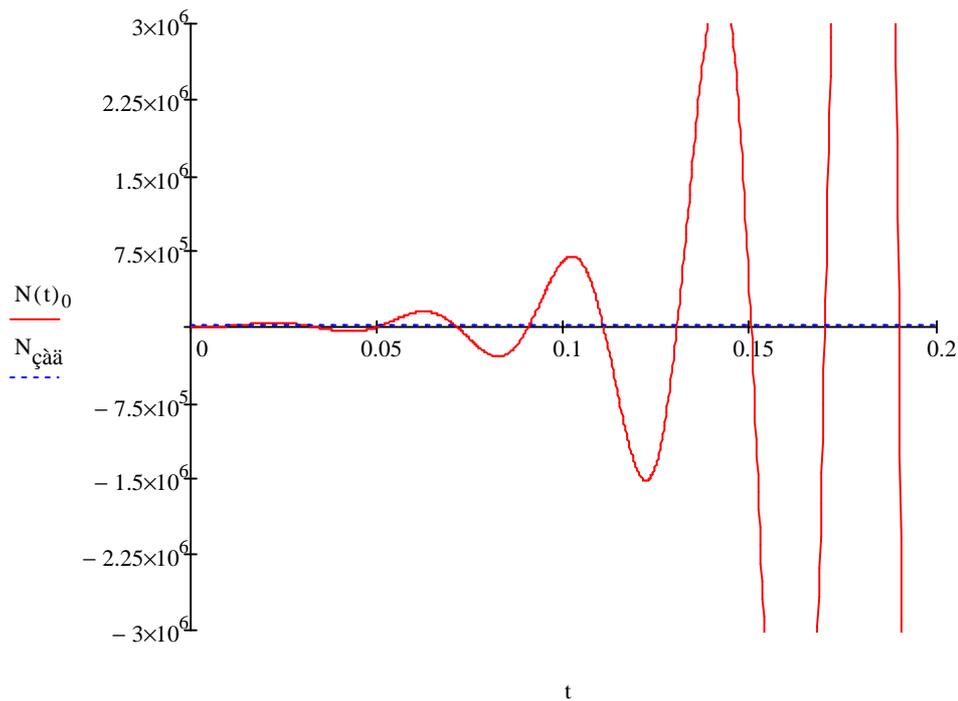


Рисунок 1 – Зависимость амплитуды системы от времени

1.5 Получение передаточной функции для элементов системы автоматического управления

Вывести передаточные функции отдельных элементов САУ, представив их в виде комбинации типовых звеньев (при $\tau \neq 0$). Построить структурную схему САУ. Найти передаточную функцию разомкнутой системы, передаточную функцию замкнутой системы и передаточную функцию системы по ошибке. С помощью преобразования Лапласа определить реакцию системы на заданное ступенчатое входное воздействие $N_{зад}$.

Цифро-аналоговый преобразователь: $W_1 = K_{ЦАП} e^{-\tau s}$

Усилитель: $W_2 = \frac{U_y}{U_{цАП}} = K_y$

Двигатель постоянного тока: $T_M T_\Omega \frac{d^2 \Omega_d}{dt^2} + (T_M + T_\Omega) \frac{d\Omega_d}{dt} + \Omega_d = K_d U_y$,

$$T_M T_\Omega s^2 \Omega_d(s) + (T_M + T_\Omega) s \Omega_d(s) + \Omega_d(s) = K_d U_y(s) \Rightarrow W_3 = \frac{\Omega_d(s)}{U_y(s)} = \frac{K_d}{(T_M s + 1) \left(\frac{T_\Omega}{R_d} s + 1 \right)}$$

Редуктор: $W_4(s) = \frac{\Omega_k}{\Omega_d} = \frac{1}{i}$

Реечная передача: $R_n = R_k \int \Omega_k dt \Rightarrow W_5(s) = \frac{\Omega_k}{R_n} = \frac{R_k}{s}$

Лазерная головка: $W_6(s) = \frac{N}{R_n} = K_\Gamma$

Структурная схема системы позиционирования оптической головки:

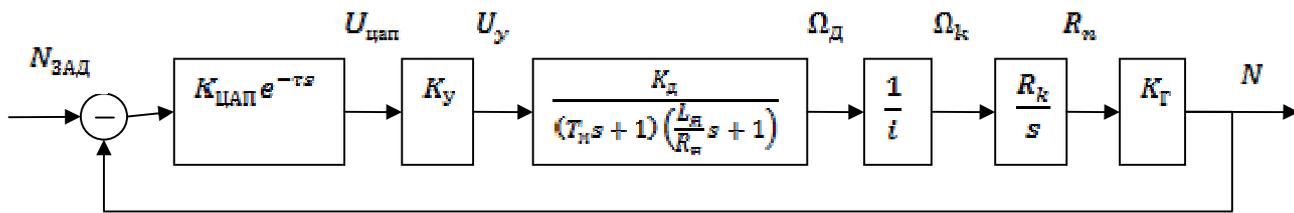


Рисунок 2 – Основные блоки системы

Передаточная функция разомкнутой системы:

$$W(s) = \prod_{i=1}^6 W_i(s) = \frac{K_{\text{цАП}} K_y K_d K_{\Gamma} R_k R_n e^{-\tau s}}{i(T_M s + 1) \left(\frac{L_R}{R_n} s + 1\right) s} = \frac{1012 e^{-0.007s}}{s(0.016s + 1)(0.0095s + 1)}$$

$$= \frac{2.53 \times 10^8 e^{-0.007s}}{s(38s^2 + 6375s + 250000)}$$

Передаточная функция замкнутой системы:

$$\Phi(s) = \frac{W(s)}{W(s) + 1} = \frac{K_{\text{цАП}} K_y K_d K_{\Gamma} R_k R_n}{K_{\text{цАП}} K_y K_d K_{\Gamma} R_k R_n + i s (s L_R + R_n) (s T_M + 1) e^{s\tau}}$$

$$= \frac{2.53 \times 10^8 e^{-0.07s}}{38s^3 + 6375s^2 + 250000s + 2.53 \times 10^8 e^{-0.07s}}$$

Передаточная функция по ошибке:

$$\Phi_e(s) = \frac{1}{W(s) + 1} = \frac{i s (s L_R + R_n) (s T_M + 1)}{i s (s L_R + R_n) (s T_M + 1) + K_{\text{цАП}} K_y K_d K_{\Gamma} R_k R_n e^{-s\tau}}$$

$$= \frac{1}{38s^3 + 6375s^2 + 250000s + 2.53 \times 10^8 e^{-0.07s}}$$

Реакция системы на заданное ступенчатое входное воздействие:

$$N(s) = \Phi(s) \frac{N_{\text{зад}}}{s} = \frac{N_{\text{зад}} K_{\text{цАП}} K_y K_d K_{\Gamma} R_k R_n}{s (K_{\text{цАП}} K_y K_d K_{\Gamma} R_k R_n + i s (s L_R + R_n) (s T_M + 1) e^{s\tau})} \quad \tau = 0 \Rightarrow$$

$$= \frac{3.64 \times 10^{12} e^{-0.07s}}{s(38s^3 + 6375s^2 + 250000s + 2.53 \times 10^8 e^{-0.07s})}$$

$$N(s) = \frac{3.64 \times 10^{12} e^{-0.07s}}{s(38s^3 + 6375s^2 + 250000s + 2.53 \times 10^8 e^{-0.07s})}$$

$$N(t) = 14.4 \times 10^3 - 3539 e^{-248.8t} - 10860 e^{40.54t} \text{Cos}[158.5t] - 2779 e^{40.54t} \text{Sin}[158.5t]$$

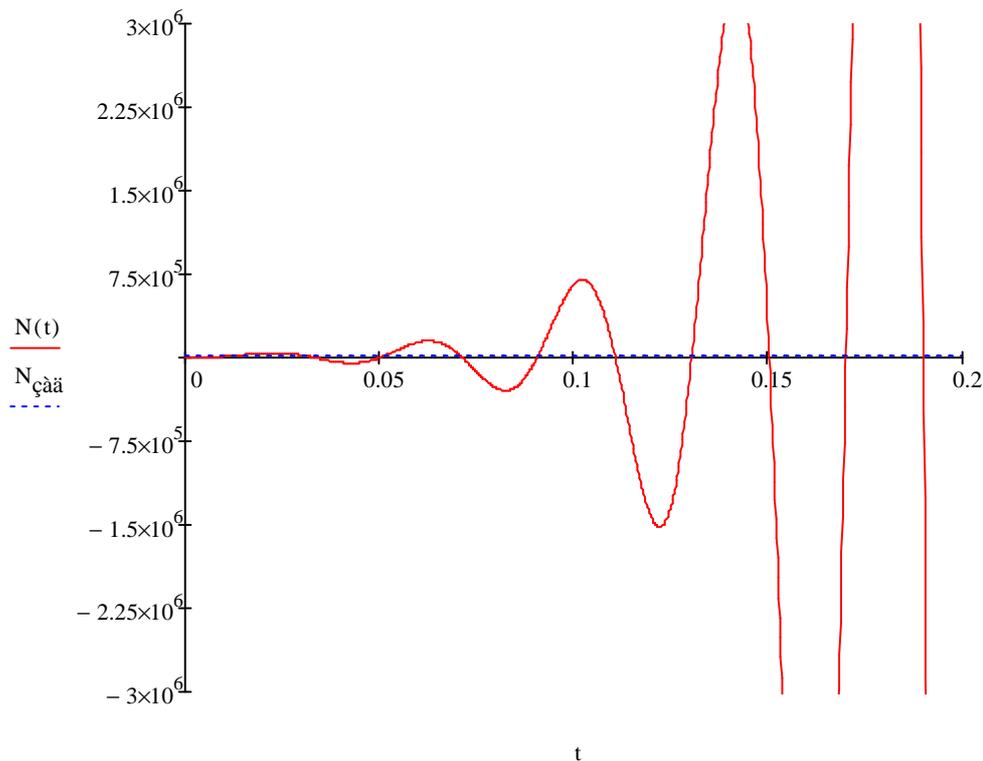


Рисунок 3 – Зависимость амплитуды системы от времени с учетом коррекции

. С помощью преобразования Лапласа определить реакцию системы на заданное ступенчатое входное воздействие $N_{зад}$.

1.6 Получение разностного уравнения замкнутой системы

На основе матрицы перехода получить разностные уравнения замкнутой системы, выбрав период дискретизации T по теорема В.А. Котельникова. По разностным характеристикам системы получить Z -преобразование вектора состояния и дискретную реакцию системы на ступенчатое входное воздействие $N_{зад}$, используя Z – преобразование и разложение по степеням Z [2].

Найдем ЛАФЧХ

$$W(s) = \frac{2.53 \times 10^8 e^{-0.007s}}{s(38s^2 + 6375s + 250000)}$$

$$W(jw) = -\frac{2.53 \times 10^8}{w(38w^2 - 6375iw + 250000i)}$$

$$L(w) = 20 \lg(A(w))$$

$$A(w) = |W(jw)|$$

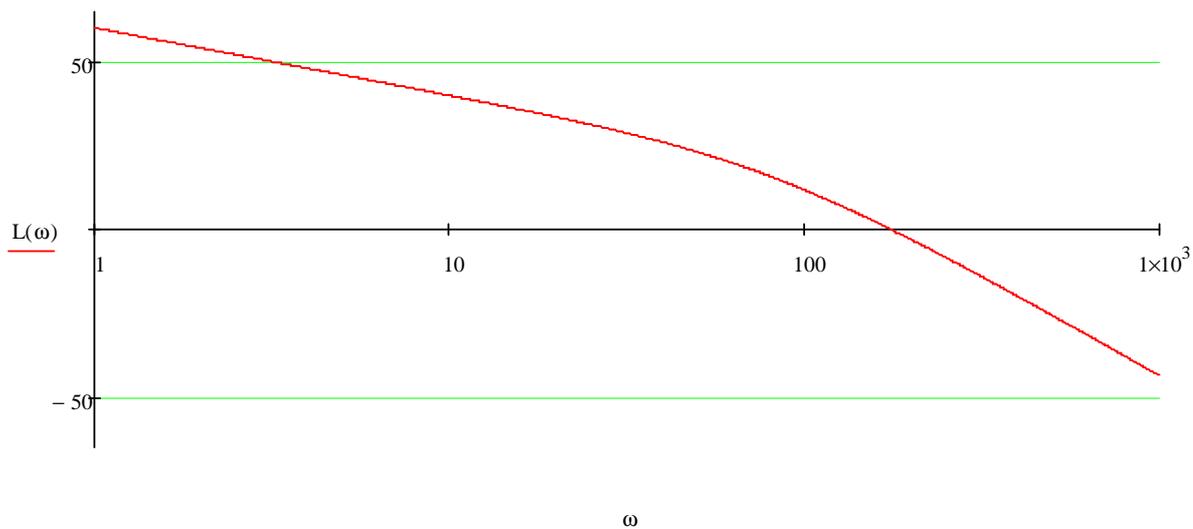


Рисунок 4 – Линейная амплитудная характеристика системы

$$w_{max} = 174.90$$

По теореме В.А. Котельникова:

$$w_{max} \leq \frac{\pi}{T} \Rightarrow T \leq \frac{\pi}{w_{max}}$$

$$T \leq 0.018$$

Возьмем $T = \tau = 0.007$, удовлетворяющее теореме В.А. Котельникова.

Разностные уравнения системы:

$$N(kT) = \mathbb{A}(T)N[(k-1)T] + \mathbb{B}(k, T)BN_{зад}$$

$$\mathbb{A}(T) = K(T)$$

$$\mathbb{B}(k, T) = \int_{(k-1)T}^{kT} K(kT - \lambda) d\lambda$$

$$\mathbb{A}_g(T) = \begin{bmatrix} 0.72 & 0.0062 & 0.000016 \\ -107.0 & 0.61 & 0.0035 \\ -23256.0 & -130.0 & 0.027 \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{B}_g(T) = \begin{bmatrix} 0.28 \\ 107.41 \\ 23256.22 \end{bmatrix}$$

$$N(k) = \mathbb{A}_g(T)N(k-1) + \mathbb{B}_g(T)BN_{зад}$$

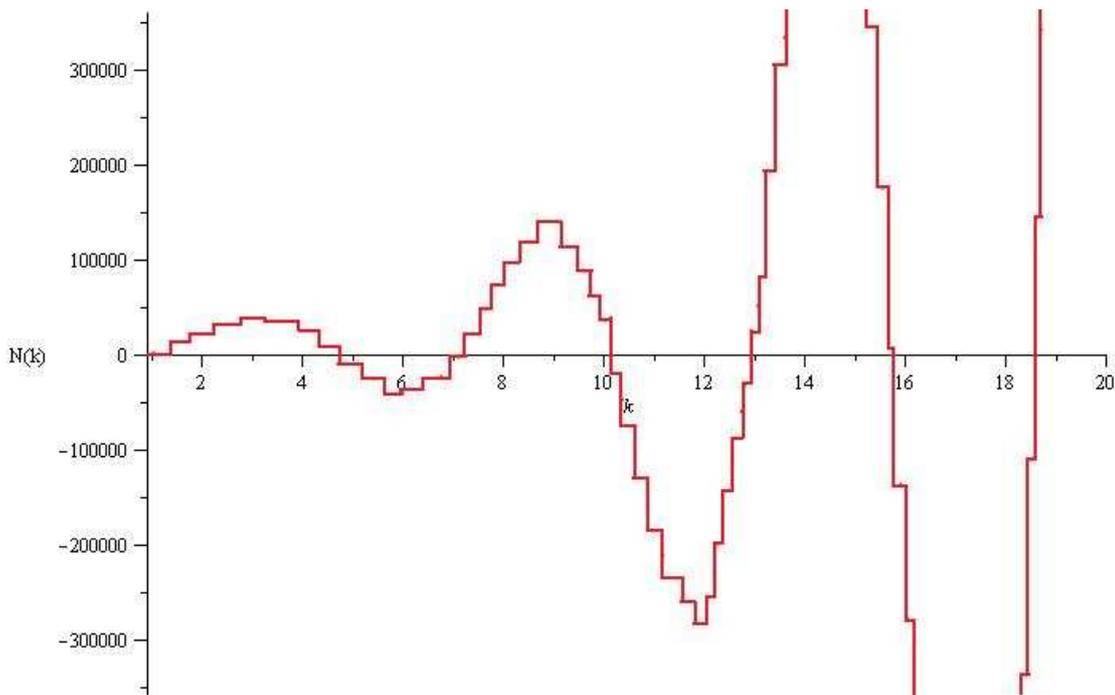


Рисунок 5 – Линейная амплитудная характеристика системы в дискретном виде

$$N(Z)[Z \cdot I - A_g(T)] = B_g(T) \frac{Z}{Z-1} B N_{зад}$$

$$W(Z) = [Z \cdot I - A_g(T)]^{-1} B_g(T)$$

$$W(Z) = \frac{\begin{bmatrix} 50 \times 10^{-12} z (28.15 \times 10^{18} z^2 + 86.07 \times 10^{18} z + 16.26 \times 10^{18}) \\ -1.54 \times 10^9 + 9.86 \times 10^9 z + 5 \times 10^9 z^3 - 6.79 \times 10^9 z^2 \\ 50 \times 10^{-9} z (-2.91 \times 10^{18} z - 7.83 \times 10^{18} + 10.74 \times 10^{18} z^2) \\ -1.54 \times 10^9 + 9.86 \times 10^9 z + 5 \times 10^9 z^3 - 6.79 \times 10^9 z^2 \\ 10 \times 10^{-6} z (14.12 \times 10^{18} - 25.75 \times 10^{18} z + 11.63 \times 10^{18} z^2) \\ -1.54 \times 10^9 + 9.86 \times 10^9 z + 5 \times 10^9 z^3 - 6.79 \times 10^9 z^2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -1.54 \times 10^9 + 9.86 \times 10^9 z + 5 \times 10^9 z^3 - 6.79 \times 10^9 z^2 \end{bmatrix}}$$

Вектор состояния равен:

$$\bar{N}(Z) = W(Z) B \frac{Z}{Z-1} N_{зад} = \frac{\begin{bmatrix} 720 \times 10^{-9} z^2 (28.15 \times 10^{18} z^2 + 86.07 \times 10^{18} z + 16.26 \times 10^{18}) \\ (z-1)(-1.54 \times 10^9 + 9.86 \times 10^9 z + 5 \times 10^9 z^3 - 6.79 \times 10^9 z^2) \\ 720 \times 10^{-6} z^2 (-2.91 \times 10^{18} z - 7.83 \times 10^{18} + 10.74 \times 10^{18} z^2) \\ (z-1)(-1.54 \times 10^9 + 9.86 \times 10^9 z + 5 \times 10^9 z^3 - 6.79 \times 10^9 z^2) \\ 144 \times 10^{-3} z^2 (14.12 \times 10^{18} - 25.75 \times 10^{18} z + 11.63 \times 10^{18} z^2) \\ (z-1)(-1.54 \times 10^9 + 9.86 \times 10^9 z + 5 \times 10^9 z^3 - 6.79 \times 10^9 z^2) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (z-1)(-1.54 \times 10^9 + 9.86 \times 10^9 z + 5 \times 10^9 z^3 - 6.79 \times 10^9 z^2) \end{bmatrix}}$$

для получения реакции возьмем обратное Z преобразование от первого элемента $\bar{N}(Z)$

$$N_3(n) := -615.0 \cdot 0.174^n - (4854.0 - 5641.0i) \cdot (0.592 - 1.19i)^n - (4854.0 + 5641.0i) \cdot (0.592 + 1.19i)^n + 14380.0$$

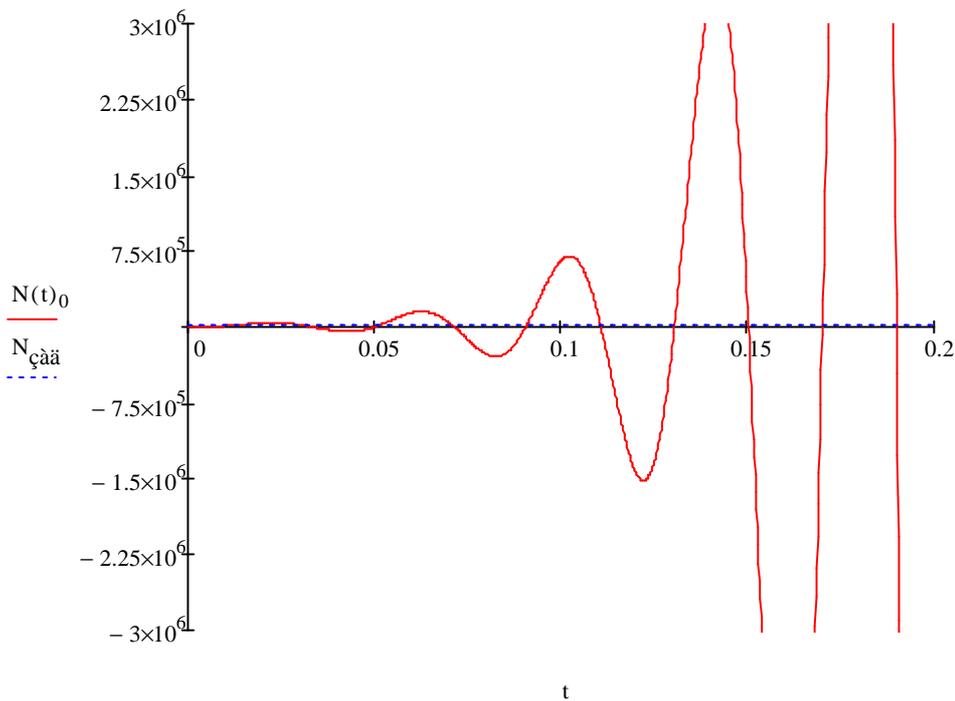


Рисунок 6 – Зависимость амплитуды системы от времени после всех преобразований

Графики, полученные в П. 4 и 6 имеют один и тот же вид.

1.7 Построение корневого годографа системы

Построить корневой годограф, используя его свойства, сравнить с КГ, полученным на ЭВМ, и определить границы устойчивости системы по коэффициенту усиления.

В первой части ДЗ была получена передаточная функция разомкнутой системы. Запишем её при $\tau = 0$:

$$W(s) = \frac{K_{\text{ЦАП}} K_y K_{\Gamma} K_d R_K e^{-\tau s}}{is(s^2 T_M T_{\Xi} + (T_M + T_{\Xi})s + 1)} = \frac{487.5}{s(3.12 \cdot 10^{-4} \cdot s^2 + 0.038s + 1)}$$

Обозначим $K_{\text{ЦАП}} K_y K_{\Gamma} K_d R_K / i = K_0$

Тогда составим характеристическое уравнение:

$$D(\lambda) = 1 + k \cdot W(\lambda) = 1 + k \frac{K_0}{\lambda(\lambda^2 T_M T_{\Xi} + (T_M + T_{\Xi})\lambda + 1)} = T_M T_{\Xi} \lambda^3 + (T_M + T_{\Xi})\lambda^2 + \lambda + k \cdot K_0 = 0$$

$n = 3, m = 0$. $n - m = 3 > 2 \Rightarrow$ часть ветвей КГ должна устремиться влево, а часть – вправо.

Объединим произведение $k \cdot K_0$ в K

Найдём полюса (нули отсутствуют) (при этом $K = 0$):

$$3.12 \cdot 10^{-4} \cdot \lambda^3 + 0.038 \cdot \lambda^2 + \lambda = 0 \Rightarrow \begin{aligned} p_1 &= 0 \\ p_2 &= -83.3 \\ p_3 &= -38.48 \end{aligned}$$

Найдём асимптоты:

$$\sigma_a = \frac{0 + (-83.3) + (-38.48)}{3} = -40.6$$

$$\theta_a = \frac{(2 \cdot v + 1) \cdot \pi}{3} = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, \dots$$

Определим точку схода с действительной оси:

$$\frac{1}{C_x - p_1} + \frac{1}{C_x - p_2} + \frac{1}{C_x - p_3} = 0 \Rightarrow \begin{aligned} C_{x1} &= -15.12 \\ C_{x2} &= -62.96 \end{aligned}$$

Точка C_{x2} не принадлежит КГ, поэтому отбрасывается. Углы входа и выхода искать не имеет смысла, т.к. отсутствуют полюса с мнимой частью [3].

Найдём точку пересечения с мнимой осью с помощью критерия Рауса.

Таблица 1 – Параметры критерия Рауса

	I	II
	$3.5 \cdot 10^{-4}$	1
	0.041	K
$l_3 = \frac{c_{11}}{c_{21}} = 8.54 \cdot 10^{-3}$	$1 - 8.54 \cdot 10^{-3} \cdot K$	0
$l_4 = \frac{c_{21}}{c_{31}} = \frac{0.041}{1 - 8.54 \cdot 10^{-3} \cdot K}$	K	0

Получаем следующую систему:

$$\begin{cases} K > 0 \\ 1 - 8.54 \cdot 10^{-3} \cdot K = 0 \Rightarrow K = 117.096 \end{cases}$$

То есть точки пересечения с мнимой осью будет при $K = 117.096$. При $K < 117.096$ система будет устойчива.

Найдём координаты этих точек:

$$3.12 \cdot 10^{-4} \cdot \lambda_y^3 + 0.04 \cdot \lambda_y^2 + \lambda_y + 117.096 = 0 \Rightarrow \begin{aligned} \lambda_{y1} &= -117.1 \\ \lambda_{y2} &= 0 + 53.3j \\ \lambda_{y3} &= 0 - 53.3j \end{aligned}$$

На основе выполненных расчетов построим корневой годограф замкнутой системы (построение выполнено на миллиметровой бумаге и приложено в конце)

Корневой годограф, построенный на ЭВМ с помощью Matlab (инструмент rtool):

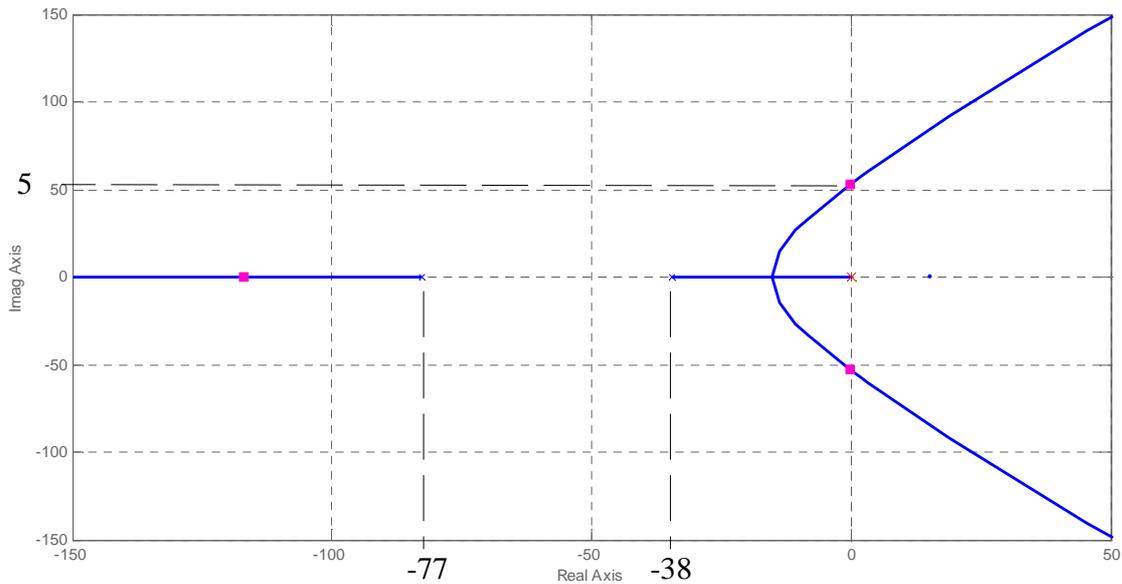


Рисунок 7 – Границы устойчивости системы

Границы устойчивости совпадают с результатами анализа на ЭВМ (точки отмечены на графике выше).

1.8 Проведение синтеза корректирующего устройства

Провести методом ЛЧХ синтез корректирующего устройства, обеспечивающего перерегулирование, не превосходящее $\sigma_{\text{макс}}$, время переходного процесса не более $T_{\text{Пмакс}}$, установившаяся ошибка по положению не должна превышать $E_{\text{макс}}$. Ошибка при отработке постоянного возмущения, действующего на выходе АЦП, должна быть равна нулю.

$$W_H(s) = \frac{487.5}{s(3.12 \cdot 10^{-4} \cdot s^2 + 0.04s + 1)} = \frac{487.5}{s(0.026s + 1)(0.013s + 1)}$$

$$\omega_{c1} = \frac{1}{0.026} = 38.46 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{c2} = \frac{1}{0.013} = 76.9 \text{ с}^{-1},$$

Определим $\omega_{\text{ср}}$ желаемую:

$$\omega_{\text{срж}} = \frac{B(11\%)}{T_{\text{Пмакс}}} = \frac{2\pi}{0,026} = 241,5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Определим нижнюю и верхнюю граничные частоты:

$$\omega_{\text{Н}} = (0,14 \dots 0,18)\omega_{\text{срж}} = 0,18 \omega_{\text{срж}} = 43,47 \text{ рад/с}$$

$$\omega_{\text{В}} = (6 \dots 7)\omega_{\text{срж}} = 6 \omega_{\text{срж}} = 1450 \text{ рад/с}$$

Чтобы установившаяся ошибка не превышала $E_{\text{макс}}$, найдем необходимый коэффициент усиления:

$$e_{\text{макс}} = 0,17 \cdot 10^{-6} \cdot 62500 = 0,0106 \text{ шагов}$$

$$K_{\text{тр}} = \frac{1}{e_{\text{макс}}} = \frac{1}{0,0106} = 94,34;$$

ЛЧХ корректирующего устройства получим как разность желаемой и исходной ЛЧХ.

Для того, чтобы полученное корректирующее устройство можно было физически реализовать, повысим коэффициент усиления исходной системы из условия $20\lg(K) = 92\text{дБ}$.
Тогда $K = 94.34 \cdot 425 = 40094.5$.

Исходя из условия, что при отработке постоянного возмущения ошибка должна быть равна нулю, заключаем, что коэффициент астатизма $\nu = 1$ (либо больше).

Необходимо перевести $E_{\text{макс}}$ из мкм в шаги: $E_{\text{макс}} = E_{\text{макс}} \cdot K_{\Gamma}$, где $K_{\Gamma} = 62500$ – коэффициент пересчета радиуса позиционирования в число шагов (из условия предыдущего семестра). Получаем $E_{\text{макс}} = 0.17 \cdot 10^{-3} \cdot 62500 = 10.625$

$$W_{\text{н}}(s) = \frac{487.5}{s(3.12 \cdot 10^{-4} \cdot s^2 + 0.04s + 1)} = \frac{487.5}{s(0.026s + 1)(0.013s + 1)}$$

$$\omega_{c1} = \frac{1}{0.026} = 38.46 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_{c2} = \frac{1}{0.013} = 76.9 \text{ с}^{-1}, \quad 20\lg(487.5) = 53.7 \text{ дБ}$$

$$K_{\text{тр}} = \frac{N_{\text{зад}}}{E_{\text{макс}}} = \frac{18400}{10.625} = 1731 \Rightarrow 20\lg(K_{\text{тр}}) = 64.8 \text{ дБ}$$

$$\text{Определим желаемую частоту среза: } \omega_{\text{срж}} = \frac{B}{T_{\text{Пмакс}}} = \frac{3.37}{0.028} = 120 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_{\text{н}} = (0.14..0.18)\omega_{\text{срж}} = 19.2 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_{\text{в}} = (6..7)\omega_{\text{срж}} = 720 \text{ с}^{-1}$$

Построения ЛАЧХ выполнены на приложенной миллиметровке. Изначально синтезировать КУ не получается, приходится поднимать коэффициент усиления.

На основе построений получаем передаточную функцию корректирующего устройства:

1.9 Реализация корректирующего устройства

Реализовать полученное корректирующее устройство с помощью аналоговых средств, выбрать параметры RC-цепи, уточнить положение частот сопряжения, получить передаточную функцию скорректированной системы, составить функциональную схему включения КУ в систему управления.

На основе полученной передаточной функции $W_{\text{ку}}(s)$ строим следующую RC-цепь:

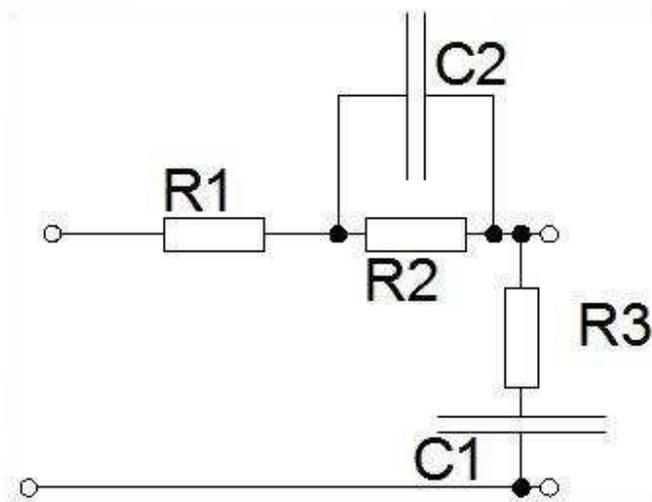


Рисунок 8 – Принципиальная схема корректирующего устройства

Передаточная функция корректирующего устройства:

$$W_{\text{кy}}(s) = \frac{K(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{a_0 s^2 + a_1 s + 1}, \text{ где}$$

$$\tau_1 = R_1 C_1; \quad \tau_2 = R_2 C_2;$$

Согласно полученной ЛЧХ, параметры корректирующего устройства:

$$20 \lg k = -46; \quad \frac{1}{\tau_1} = 38,5 \text{ c}^{-1}; \quad \frac{1}{\tau_2} = 43,5 \text{ c}^{-1}; \quad \frac{1}{T_a} = 1,4 \text{ c}^{-1};$$

$$\frac{1}{T_b} = 1450,0 \text{ c}^{-1};$$

Отсюда получим требования для R_1, R_2, R_3, C_1, C_2 :

$$\begin{cases} \tau_1 = R_1 C_1 = 0,026 \\ \tau_2 = R_2 C_2 = 0,023 \\ T_a T_b = (R_1 + R_3) R_2 C_1 C_2 \\ T_a + T_b = R_2 C_1 + (R_1 + R_2 + R_3) C_2 \end{cases};$$

Задавшись значениями $R_1 = 2 \text{ МОм}, R_2 = 2,8 \text{ МОм}, R_3 = 10 \text{ МОм}$, вычислим остальные значения резисторов и конденсаторов:

$$C_1 = 13 \text{ нФ}, C_2 = 2,3 \text{ нФ}$$

Выбираем значения сопротивлений и ёмкостей из стандартного ряда:

$$R_1 = 2 \text{ МОм}, R_2 = 2,8 \text{ МОм}, R_3 = 10 \text{ МОм}, C_1 = 13 \text{ нФ}, C_2 = 2,3 \text{ нФ}$$

Уточним положение частот сопряжения:

$$\frac{1}{T_a} = 1,4 \text{ c}^{-1}; \quad \frac{1}{\tau_1} = 38,5 \text{ c}^{-1}; \quad \frac{1}{\tau_2} = 43,5 \text{ c}^{-1}; \quad \frac{1}{T_b} = 1450,0 \text{ c}^{-1};$$

$$W_{\text{кy}}(s) = \frac{425(1 + 0,026s)(1 + 0,023s)}{(0,0007s + 1)(0,075s + 1)}$$

Итоговая передаточная функция корректирующего устройства:

Схема включения корректирующего устройства:

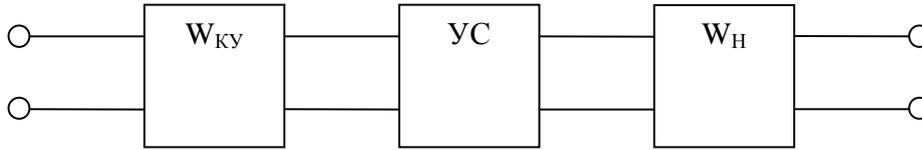


Рисунок 9 – Структурная схема корректирующего устройства

Таким образом, передаточная функция скорректированной разомкнутой системы:

$$W_{\text{ж}}(s) = W_{\text{H}}(s) \cdot W_{\text{KY}}(s) = \frac{487.5}{s(0.026s + 1)(0.013s + 1)} \cdot \frac{425(1 + 0.026s)(1 + 0.023s)}{(0.0007s + 1)(0.075s + 1)}$$

1.10 Проведение анализа спроектированной системы

Провести анализ спроектированной системы одним из доступных способов: путем расчёта переходного процесса на ЭВМ, путём цифро-аналогового моделирования на АВМ, графоаналитическим методом построения переходного процесса.

Составим модель в Simulink:

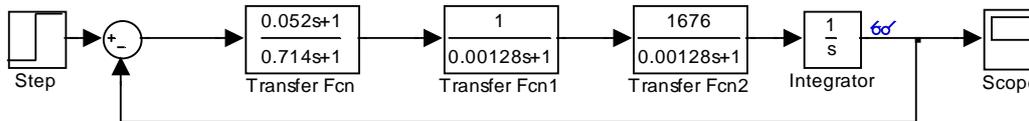


Рисунок 10 – Схема блоков системы с обратной связью

Реакция на входное воздействие (N = 18400):

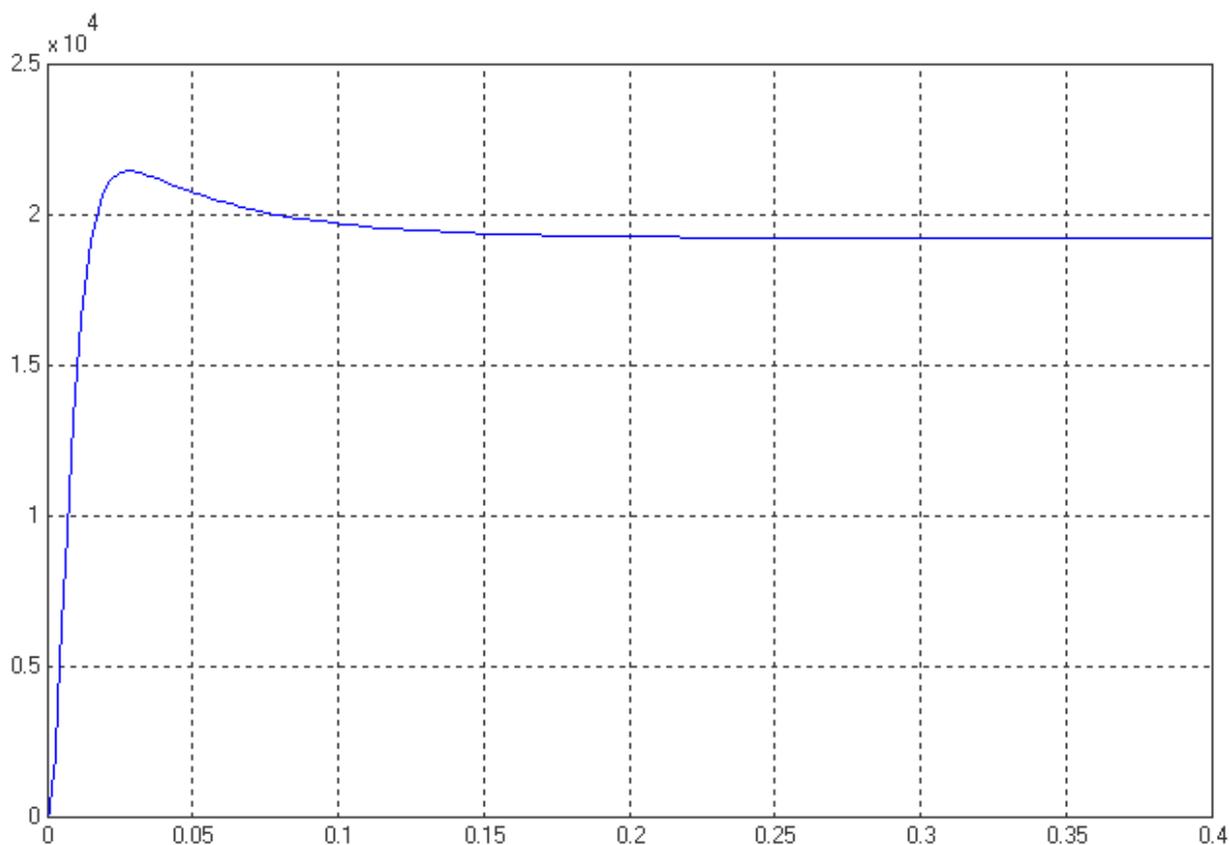


Рисунок 11 – Амплитудные параметры скорректированной системы

Видно, что полученное КУ удовлетворяет заданным в ТЗ параметрам качества.

1.11 Вычисления шага квантования

Необходимо выбрать шаг квантования по времени T по теореме В.А.Котельникова и число разрядов микропроцессора N , обеспечивающих выполнение требований качества, приведенных в пункте 11.

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{макс}} &= 13 \% \\ T_{\text{нмакс}} &= 0,026 \text{ с} \\ E_{\text{макс}} &= 0,17 \text{ мкм} \\ N_{\text{зад}} &= 18400 \text{ шагов} \end{aligned}$$

По построенной ЛЧХ находим частоту среза: $\omega_{\text{ср}} = 241,5 \text{ рад/с}$

По теореме Котельникова, период квантования должен удовлетворять равенству:

$$\tau = \frac{1}{2f_{\text{ср}}} = \frac{\pi}{\omega_{\text{ср}}} = 0,013 \text{ с}$$

Определяем число разрядов микропроцессора:

$$2^{N-2} = \frac{N_{\text{зад}}(1 + \sigma_{\text{макс}})}{E_{\text{макс}} \cdot 62500} = \frac{18400 \cdot 1.13}{0.17 \cdot 10^{-6} \cdot 62500} = 1956894;$$

Отсюда, $N = 19$.

1.12 Проведения синтеза дискретного корректирующего устройства

Провести методом ЛЧХ синтез дискретного корректирующего устройства.

В связи с использованием цифрового управления появляется задержка:

Передаточная функция системы:

$$W_p(s) = \frac{487.5}{s(0.026s + 1)(0.013s + 1)}$$

Передаточная функция экстраполятора:

$$W_{\text{э}}(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}, \quad T = 0,013 \text{ с}$$

$$W_H(s) = W_{\text{э}}(s) * W_p(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{487.5}{s(0.026s + 1)(0.013s + 1)}$$

Проведем Z преобразование.

Получим:

$$W_H(z) = \frac{2.92 \cdot (z + 2.3) \cdot (z + 0.93)}{(z - 1) \cdot (z - 0.6) \cdot (z - 2.8)}$$

Подставим $z = \frac{1+v}{1-v}$ получим

$$W_H(v) = \frac{2.251 \cdot (v - 1) \cdot (v - 2.54) \cdot (v + 1.34)}{v \cdot (v + 0.19) \cdot (v + 0.72)}$$

Определим параметры желаемой ЛЧХ:

$$\omega_{\text{срж}} = 241,5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$\nu_{\text{сржел}} = \text{tg} \left(\frac{\omega_{\text{сржел}} \cdot T}{2} \right) = 3.6$$

$$\nu_{\text{н}} = (0,14 \dots 0,17) \nu_{\text{срж}} = 0,17 \nu_{\text{срж}} = 0,5$$

$$\nu_{\text{в}} = (6 \dots 7) \nu_{\text{срж}} = 6 \nu_{\text{срж}} = 21,6$$

Данную ЛЧХ можно описать следующей передаточной функцией:

$$W_{\text{ку}}(v) = \frac{K \cdot (\tau_1' \cdot v + 1) \cdot (\tau_2' \cdot v + 1)}{(T_a' \cdot v + 1) \cdot (T_b' \cdot v + 1)} = \frac{0.56 \cdot (0.6 \cdot v + 1) \cdot (0.72 \cdot v + 1)}{(0.5 \cdot v + 1) \cdot (21,6v + 1)}$$

Подставим $v = \frac{z-1}{z+1}$

Получим

$$W_{\text{ку}}(z) = \frac{14.9614 - 12.6228 \cdot z^{-1} + 1.6614 \cdot z^{-2}}{3.6614 \cdot z^{-2} + 3.5 - 0.5 \cdot z^{-1}}$$

1.13 Составление программы управления устройством

Составить разностные уравнения и программу реализации дискретного корректирующего устройства на ЭВМ, функциональную схему включения микропроцессора в систему управления.

На основе выражения $W_{КУ}(z)$, записанного выше получаем следующие разностные уравнения:

$$r[kT] = 2.236r[(k-1)T] - 1.487r[(k-2)T] + 0.266r[(k-3)T] - 0.014r[(k-4)T] + 5.076 \cdot 10^{-4}e[kT] - 1.88 \cdot 10^{-5}e[(k-1)T] + 2.609 \cdot 10^{-5}e[(k-2)T] - 1.608 \cdot 10^{-5}e[(k-3)T] + 3.714 \cdot 10^{-4}e[(k-4)T]$$

Программа реализации КУ на основе уравнения (язык Delphi):

```

Program DZ_SAU;
Var  r0,r1,r2,r3,r4,e0,e1,e2,e3,e4: Real;
    i, n: Integer;
Begin
    n:=18400;           {Число шагов}
    For i:=1 to n do
        begin
            e0:=e1; e1:=e2; e2:=e3; e3:=e4;
            GetE4(e4);   {Функция получает значение e4}
            r0:=r1; r1:=r2; r2:=r3; r3:=r4;
            r4:= 5.076e4*e0-1.88e5*e1+2.609e5*e2-1.608e5*e3+3.714e4*e4-
                0.014*r0+0.266*r1-1.487*r2+2.236*r3;
            Writeln(r4);
        end;
    Readln;
end.

```

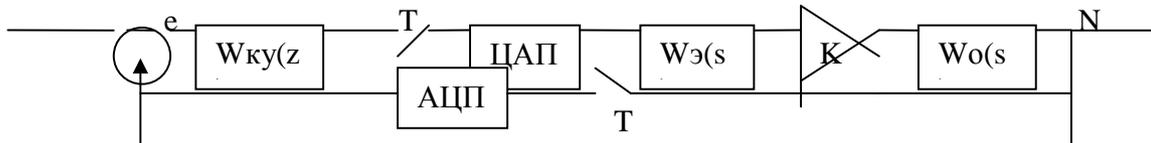


Рисунок 12 – Схема включения устройства
Схема включения КУ

1.14 Повторный анализ системы

Проведение анализа спроектированной системы одним из доступных способов: путем расчета переходного процесса на ЭВМ, путем цифро-аналогового моделирования, путем моделирования на АВМ, графоаналитическим методом построения переходного процесса [3].

Анализ проведем в системе Simulink:

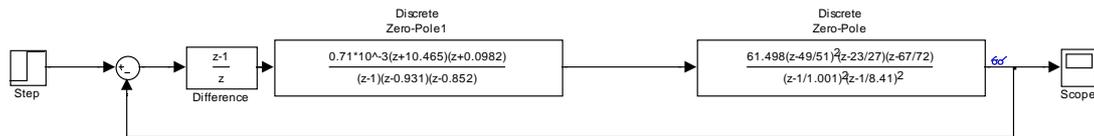


Рисунок 13 – Укрупненная схема блоков устройства с обратной связью

Результат отработки входного импульса (N=18400):

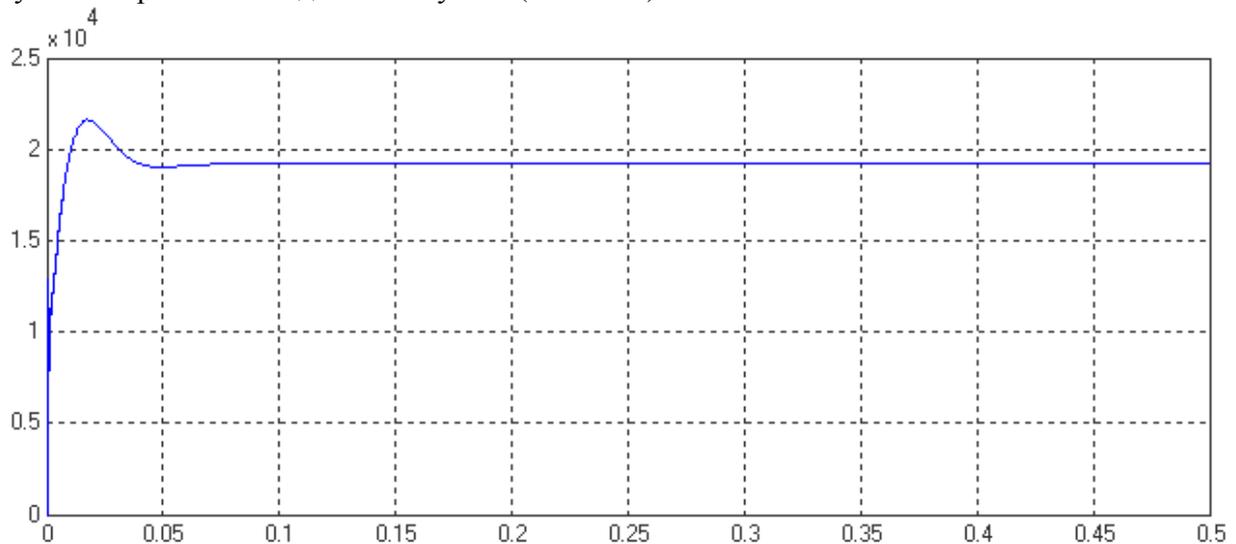


Рисунок 14 – Амплитудные параметры скорректированной системы при повторном анализе

График выглядит непрерывным, т.к. мал период дискретизации.
Все требуемые параметры качества выполнены.

1.15 Проведения анализа системы с учетом нелинейности

Необходимо провести анализ спроектированной системы с учетом нелинейности статической характеристики редуктора и построить фазовый портрет системы.

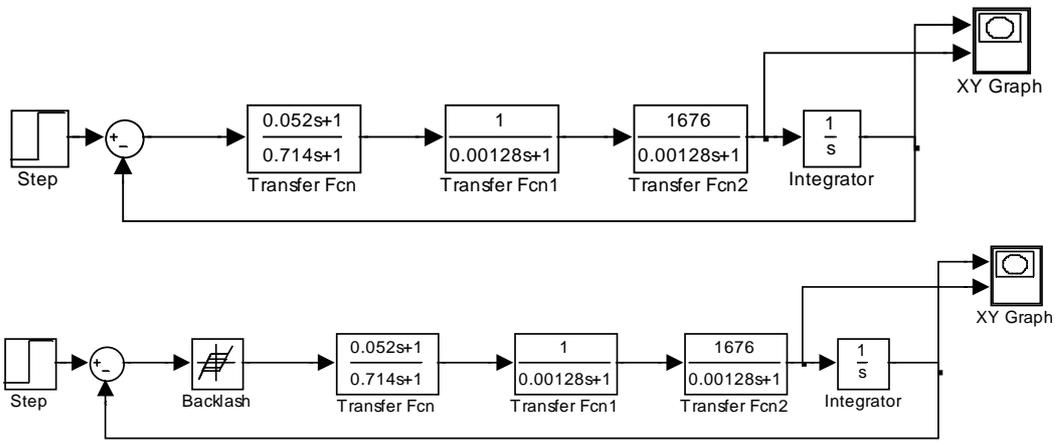


Рисунок 15 –Схема блоков устройства с учетом нелинейности

На рисунке внизу слева изображен фазовый портрет без нелинейности, а справа с добавленной нелинейностью типа «люфт»:

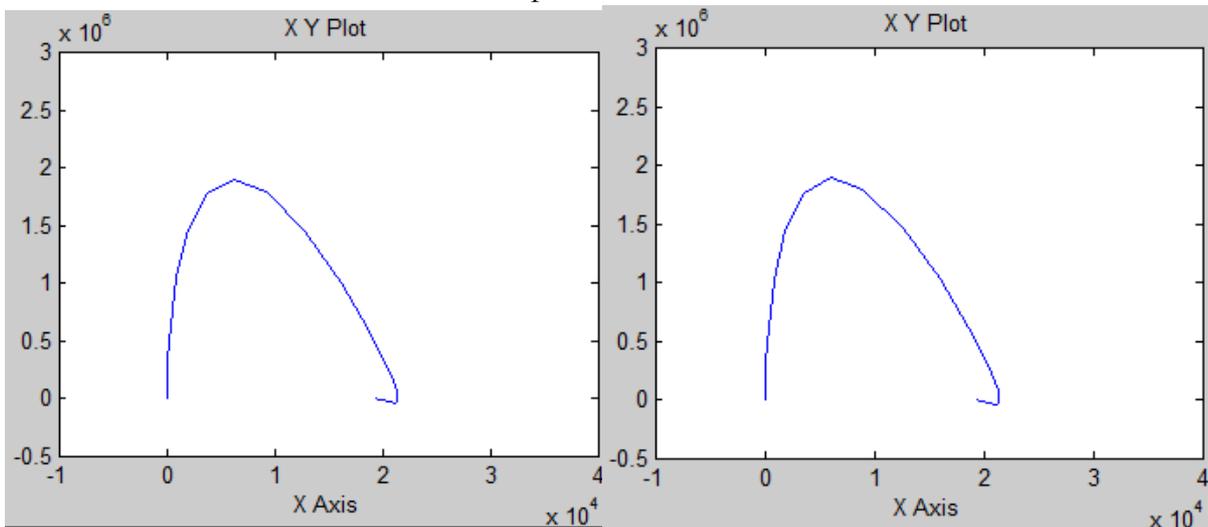


Рисунок 16 –Годограф нелинейной системы

Как видно, при больших входных воздействиях ($N=18400$) нелинейность не оказывает существенного влияния.

ВЫВОДЫ

Сравнить результаты, полученные при проектировании САУ в части 1,2 и в части 3, сделать выводы и дать рекомендации по проектированию.

Без использования корректирующего устройства (части 1 и 2) система позиционирования не работает, она была неустойчива. Даже если бы можно было понизить коэффициент усиления (т.е. сделать систему устойчивой), то она бы не обеспечивала требуемые параметры качества. В ходе работы над третьей частью необходимость использования ПКУ стала очевидной. Кроме того можно порекомендовать к использованию микропроцессоры с целью обеспечения заданных требований качества, что приведет к упрощению ПКУ и повышению его гибкости.

В ходе домашнего задания была разработана устойчивую систему, путем введения в систему блока обратной связи.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Кокорев Ю.А., Жаров В.А., Торгов А.М. Расчет электромеханического привода: Учеб. пособие / Под ред. В.Н. Баранова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1995. – 132 с., ил.
2. Элементы приборных устройств: Курсовое проектирование. Учебн. пособие для вузов. В 2-х ч. Ч. 1. Расчеты / Н.П. Нестерова, А.П. Коваленко, О.Ф. Тищенко и др.; Под ред. О.Ф. Тищенко. – М.:Высш. Школа, 1978. – 328 с., ил.
3. Элементы приборных устройств: Курсовое проектирование. Учебн. пособие для вузов. В 2-х ч. Ч. 2. Конструирование / Н.П. Нестерова, А.П. Коваленко, О.Ф. Тищенко и др.; Под ред. О.Ф. Тищенко. – М.:Высш. Школа, 1978. – 232 с., ил.
4. Расчет и конструирование валов и опор механических передач приборов; Учебное пособие по курсу «Основы конструирования приборов» / И.С. Потапцев, Е.В. Веселова, Н.И. Нарыкова, А.В. Якименко. Под ред. В.Н. Баранова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 32 с, ил.
5. Элементы приборных устройств (Основной курс): Учеб. пособие для студентов вузов. В 2-х ч. Ч.1. Детали, соединения и передачи / Тищенко О.Ф., Киселев Л.Т., Коваленко А.П. и др.; Под ред. О.Ф. Тищенко. – М.: Высшая школа, 1982. – 304 с., ил.
6. Элементы приборных устройств (Основной курс): Учеб. пособие для студентов вузов. В 2-х ч. Ч.2. Приводы, преобразователи, исполнительные устройства / Тищенко О.Ф., Киселев Л.Т., Коваленко А.П. и др.; Под ред. О.Ф. Тищенко. – М.: Высшая школа, 1982. – 263 с., ил.
7. Атлас конструкций элементов приборных устройств: Учеб. пособие для студентов приборостроительных специальностей вузов / А.А. Буцев, А.И. Еремеев, Ю.И. Кокорев и др.; Под ред. О.Ф. Тищенко. – Машиностроение, 1982. – 116 с., ил.