

Федеральное агентство по образованию
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени Н.Э. БАУМАНА

Кафедра РЛ-2

"УТВЕРЖДАЮ"

ЗАВ. КАФЕДРОЙ РЛ-2

_____ КОЗИНЦЕВ В.И.

" " _____ 2007г.

Лабораторная работа

**Измерение параметров гауссова пучка,
формируемого He-Ne-лазером**

(для студентов нелазерных специальностей)

Москва – 2007 г.

Целью лабораторной работы является изучение принципа действия He-Ne-лазера и экспериментальное исследование его основных характеристик.

Лабораторная работа включает в себя два этапа:

1. Предварительное изучение методических указаний «Особенности устройства и работы He-Ne-лазеров», а также изучение параметров лазерного пучка, формируемого устойчивым резонатором и преобразованного оптической системой, метода и аппаратуры для экспериментального измерения параметров лазерного излучения; расчет параметров z_{02} , z_K и 2θ гауссова пучка для лазера ЛГН-208А; собеседование с преподавателем по результатам предварительной теоретической подготовки.
2. Проведение эксперимента, обработка экспериментальных данных и сравнение их с теоретическими расчетами; составление краткого отчета по выполненной работе и защита ее результатов.

2. Параметры лазерного излучения, формируемого He-Ne-лазером

Параметры лазерного излучения полностью определяются конфигурацией резонатора, то есть радиусами кривизны резонатора R_1 и R_2 и расстоянием L между ними. В He-Ne-лазерах обычно используются зеркала, радиусы кривизны которых подобраны так, чтобы при заданном расстоянии между зеркалами образовывался устойчивый оптический резонатор, формирующий эрмито-гауссовы пучки, которые описываются выражением

$$V(x, y, z) \propto V_0 \frac{r_0}{r(z)} H_m \left[\frac{\sqrt{2}x}{r(z)} \right] H_n \left[\frac{\sqrt{2}y}{r(z)} \right] \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{r^2(z)} \right] \times \exp \left\{ -j \left[kz - (m+n+1) \arctg \frac{z}{z_K} + \frac{\pi(x^2 + y^2)}{\lambda R(z)} \right] \right\}, \quad (1)$$

где $H_k(\eta) = (-1)^k \exp(\eta^2) \frac{d^k}{d\eta^k} [\exp(-\eta^2)]$ – полиномы Чебышева - Эрмита, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

(например, $H_0(\eta) = 1$, $H_1(\eta) = 2\eta$, $H_2(\eta) = 2(2\eta^2 - 1)$, $H_3(\eta) = 8\eta^3 - 12\eta$ и т.д.);

n, m – модовые числа; $R(z)$ – радиус кривизны волнового фронта в точке $(0, 0, z)$;

$r(z)$ – радиус пятна по уровню амплитуды $1/e$ в плоскости, пересекающей ось OZ в точке $(0, 0, z)$ и перпендикулярной этой оси; $r_0 = r(z = 0)$ – радиус пятна в сечении перетяжки;

z_K – параметр конфокальности пучка; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число.

Зависимости $r(z)$ и $R(z)$ в выражении (1) имеют вид

$$\left. \begin{aligned} r(z) &= r_0 \left[1 + \left(\frac{z}{z_K} \right)^2 \right]^{1/2} \\ R(z) &= z \left[1 + \left(\frac{z_K}{z} \right)^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Из (2) следует, что кривизна волнового фронта гауссового пучка $R(z)$ изменяется от максимального (в сечениях $z = \pm z_K$) до минимального (нулевого) значения при $z = \pm\infty$ и $z = 0$. В то время как огибающая гауссового пучка по уровню $1/e$ есть гиперboloид вращения (см. рис. 1)

$$\frac{x^2 + y^2}{r_0^2} - \left(\frac{z}{z_K}\right)^2 = 1,$$

асимптоты которого определяют угол расходимости гауссового пучка

$$2\theta = 2r_0/z_K. \quad (3)$$

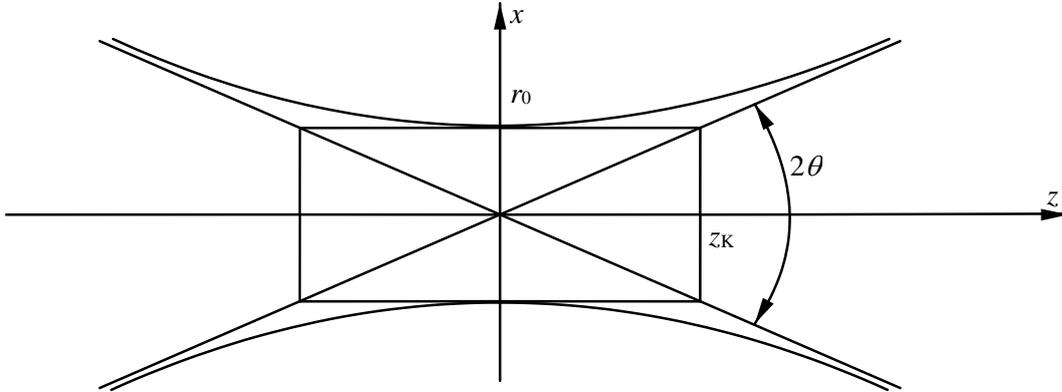


Рис. 1

Из выражений (2) и (3) следует, что величина радиуса кривизны волнового фронта $R(z)$ и радиуса пятна в сечении перетяжки не зависят от модовых чисел m и n , т.е. одинаковы для всех мод эрмито-гауссового пучка. Поэтому анализ лазерного излучения и его преобразование оптической системой целесообразно проводить только для основной моды (TEM_{00}) с нулевым значением модовых чисел. При этом выражение (1) описывает чисто гауссов пучок, для которого изменение амплитуды в поперечном сечении представляет собой гауссоиду

$$V(x, y, z) = V_0 \frac{r_0}{r(z)} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{r^2(z)}\right] \exp\left\{-j\left[kz - \arctg \frac{z}{z_K} + \frac{\pi(x^2 + y^2)}{\lambda R(z)}\right]\right\} \quad (4)$$

Постоянная V_0 в выражениях (1) и (4) связана с энергетическими характеристиками лазерного пучка:

с его интенсивностью

$$I(x, y, z) = |V(x, y, z)|^2$$

и мощностью

$$P = \iint_{\infty} I(x, y, z) dx dy = \left[\frac{V_0 r_0}{r(z)}\right]^2 \iint_{\infty} \exp\left[-\frac{2(x^2 + y^2)}{r^2(z)}\right] dx dy.$$

После интегрирования из последнего выражения следует:

$$V_0^2 = 2P/\pi r_0^2$$

В результате пространственное распределение интенсивности излучения лазера можно записать в виде, удобном для практических расчетов:

$$I(x, y, z) = \frac{2P}{\pi r^2(z)} \exp\left[-\frac{2(x^2 + y^2)}{r^2(z)}\right]. \quad (5)$$

Таким образом, все основные зависимости, описывающие пространственное распределение лазерного излучения, в конечном счете выражаются через радиус перетяжки r_0 и параметр конфокальности z_K . Последние в свою очередь определяются конфигурацией резонатора.

Для нахождения параметров лазерного излучения, формируемого устойчивым резонатором с известной конфигурацией, удобно воспользоваться методом

эквивалентного конфокального резонатора (ЭКР). Тогда конфокальные параметры z_1 и z_2 (см. рис. 2) определяются конфигурацией резонатора R_1, R_2, L :

$$(2z_K)^2 = \frac{4L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}{(R_1 + R_2 - 2L)^2}; \quad z_1 = \frac{L(R_2 - L)}{(R_1 + R_2 - 2L)}; \quad z_2 = \frac{L(R_1 - L)}{(R_1 + R_2 - 2L)} \quad (6)$$

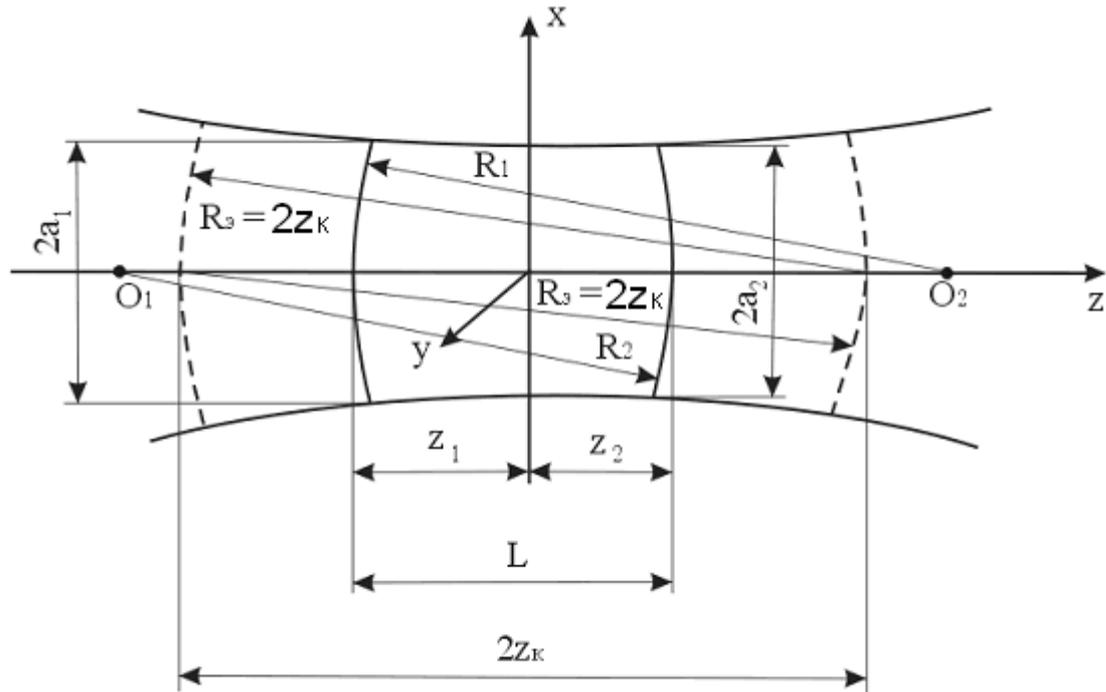


Рис. 2

Затем вычисляется размер перетяжки $2r_0$ и расходимость пучка $2\theta_0$:

$$2r_0 = 2\sqrt{\frac{z_K \lambda}{\pi}}; \quad 2\theta_0 = \frac{2\lambda}{\pi r_0}. \quad (7)$$

Найдем параметры гауссового пучка, преобразованного идеальной оптической системой (рис. 3). Для правильного применения методов геометрической оптики к расчету преобразования оптической системой излучения произвольного типа нужно помнить физическое обоснование, на котором базируется геометрическая оптика. Так как излучение имеет электромагнитную природу, то, следовательно, и обоснование должно вытекать из системы уравнений Максвелла или теории дифракции, на ней базирующейся.

В пределах параксиальной оптики линза с силой Φ' может рассматриваться как фазовый транспарант.

В курсе "Физическая оптика" было показано, что поле в выходной плоскости ОП₃ (см. рис. 3) подобно распределению поля во входной плоскости ОП₁ с коэффициентом подобия:

$$\beta = \frac{a'}{a} = -\frac{z_a - z_H}{z_H - z_a}; \quad V(x', y', z') = \frac{A}{B} \cdot V\left(\frac{x'}{\beta}, \frac{y'}{\beta}, z_{H'}\right).$$

Это выражение позволяет исследовать свойства пучка, преобразованного линзой.

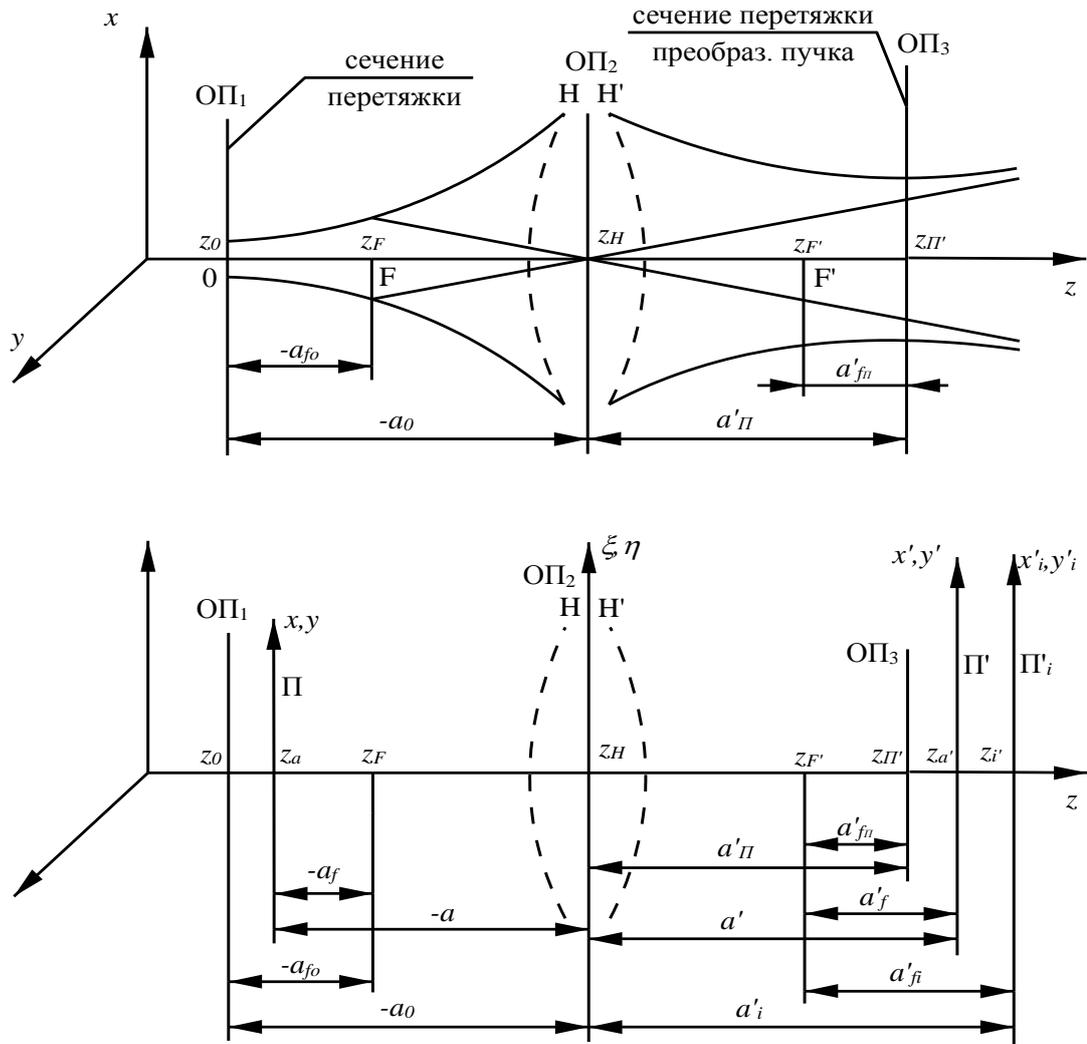


Рис. 3

1. Радиус сечения преобразованного пучка $r'(z)$ по уровню амплитуды $1/e$ можно найти, если учесть, что для сопряженных плоскостей $z(a)$ и $z(a')$ (см. рис. 3) справедливо выражение $r'(za') = \beta r(za)$, где $za' = za - a + a'$

Учитывая соотношение между отрезками $(-a)$, (a') и расстоянием $(-a_0)$ от сечения перетяжки до оптической системы

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \Phi',$$

а также выражение (2) для преобразованного пучка, может быть получено

$$r'(a') = r'(z'_a = a' - a_0) = r_0 \left[(1 - \Phi' a')^2 + \frac{(a^2 - a_0 + a_0 a' \Phi')^2}{z_K^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

2. Поскольку преобразованный пучок гауссов, то для него положение сечения перетяжки [как плоскости с минимальным значением $r'(a')$] определяется из условия $\partial t(a') / \partial a' = 0$:

$$a'_n = \frac{\Phi + \frac{a_0}{z_K^2} (1 + a_0 \Phi')}{\Phi'^2 + \frac{(1 + a_0 \Phi')}{z_K^2}}; \quad (9)$$

$$a'_{f_n} = -\alpha_{\Gamma} a_{f_0}; \quad \alpha_{\Gamma} = \frac{f'^2}{(a_{f_0}^2 + z_K^2)}.$$

Выражения (8) и (9) можно записать в виде

$$a'_{f_n} = -\alpha_{\Gamma} a_{f_0}; \quad r'_0 = r_0 \sqrt{\alpha_{\Gamma}}, \quad \text{где } \alpha_{\Gamma} = \left[\Phi'^2 \left(\frac{a_{f_0}^2}{z_p^2} + z_K^2 \right) \right]^{-1}. \quad (10)$$

3. Угол расходимости преобразованного пучка можно найти, если учесть, что сечение преобразованного пучка находится в бесконечности и оптически сопряжено с передней фокальной плоскостью линзы:

$$2\theta' = 2r(z = z_F)\Phi' = \frac{2r_0}{z_K} \cdot \frac{1}{\sqrt{\alpha_{\Gamma}}}. \quad (11)$$

Из (11) следует, что минимальная расходимость достигается при совпадении сечения перетяжки с передней фокальной плоскостью линзы. На основании (11) определяется параметр конфокальности преобразованного пучка

$$z'_K = \frac{r'_0}{\theta'} = \alpha_{\Gamma} z_K. \quad (12)$$

Использованная методика основана на подобии полей в сопряженных плоскостях и применении методов геометрической оптики. Следовательно, эта методика пригодна для анализа преобразования гауссова пучка и сложной (n-компонентной) оптической системы. Используя формулы (10) – (12) для каждой оптической системы последовательно, можно получить инвариант преобразования гауссовых пучков

$$(2r_{0,1})(2\theta_{0,1}) = (2r'_{0,1})(2\theta'_{0,1}) = (2r_{0,2})(2\theta_{0,2}) = \dots = (2r'_{0,n})(2\theta'_{0,n}) = const \quad (13)$$

или

$$\frac{(2r_{0,1})^2}{z_{K,1}} = \frac{(2r_{0,2})^2}{z_{K,2}} = \dots = \frac{(2r_{0,n})^2}{z_{K,n}} = const.$$

Инвариант (13) позволяет сократить число операций при анализе процесса последовательного распространения излучения через последовательный ряд оптических систем.

3. Измерение параметров лазерного излучения

Из описания гауссового пучка (п. 2) следует, что он полностью определяется одним из параметров: r_0 или z_K . Кроме того, для задания пространственного положения пучка в системе координат с осью oz , совпадающей с осью пучка, необходимо знать положение сечения перетяжки. Поэтому, если в результате измерения найдена какая-либо пара значений функций $R(z_1)$ и $r(z_1)$, или два значения одной функции при разных аргументах, то из системы уравнений (записанных в соответствии с (2)) могут быть найдены r_0 или z_K , а затем вычислены все остальные характеристики пучка.

Воспользуемся методом, основанным на измерении мощности излучения. Поскольку известно аналитическое выражение (5) для распределения интенсивности излучения в сечении (z_1) пучка $I(x, y, z)$, то по измеренным значениям полной мощности излучения P и мощности $P_S(z_1)$, сосредоточенной в заданной пространственной области S из интегрального уравнения

$$\iint_S I[x, y, r(z_1)] dx dy = P_S(z_1) \quad (14)$$

можно найти радиус пятна $r(z_1)$ в сечении (z_1). Для того, чтобы упростить решение уравнения (14), целесообразно реализовать область S в виде щели шириной $2a$, установленной в центре сечения пятна (см. рис. 4). Такая конфигурация экрана удобна и с точки зрения юстировки экспериментальной установки.

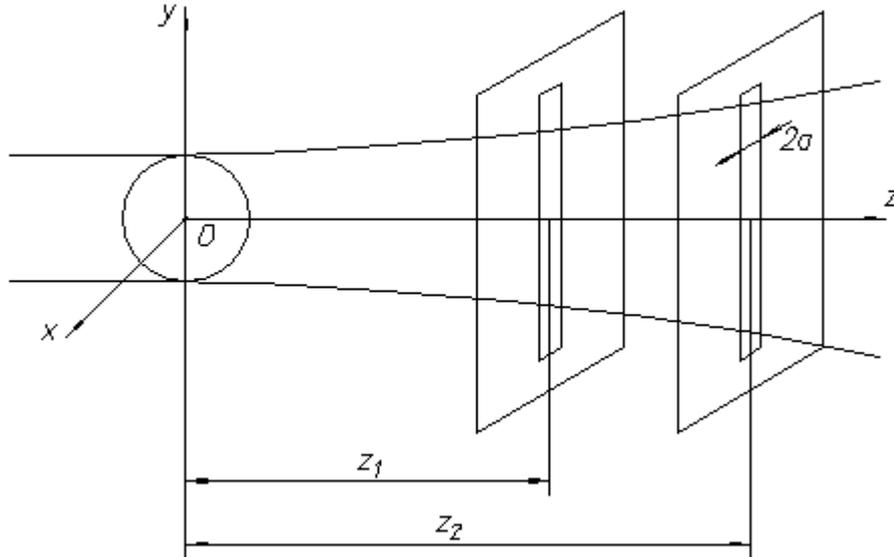


Рис. 4

В этом случае с учетом (5)

$$\begin{aligned}
 P_s(z_1) &= \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-a}^a I(x, y, z) dx = \frac{2P}{\pi r^2(z_1)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-a}^a \exp\left[-\frac{2(x^2 + y^2)}{r^2(z_1)}\right] dx dy = \\
 &= \frac{2P}{\pi r^2(z_1)} \sqrt{\frac{\pi}{2}} 2 \int_0^a \exp\left[-\frac{2x^2}{r^2(z_1)}\right] dx = P \operatorname{erf}\left[\frac{a\sqrt{2}}{r(z_1)}\right],
 \end{aligned}$$

где $\operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-t^2} dt$ - интеграл вероятности.

4. Экспериментальная часть

4.1. Описание лабораторной установки по энергетическому методу измерений

Лабораторная установка предназначена для измерения мощности лазерного излучения и реализует метод нахождения параметров лазерного излучения по его мощности. Установка состоит (рис. 5) из гелий-неонового лазера ЛГН-203 (1) с излучением на длине волн 632,8 нм, перемещающейся по направляющей щелевой диафрагмы (2), объектива (3), концентрирующего излучение, и измерителя мощности излучения, например, типа ИМО-2. Поскольку при расчете используется относительная величина мощности излучения, то в качестве измерительного прибора может применяться приемник излучения ФД-24К (4) с установленным перед ним поляризатором (5) и микроамперметр (6). Поляризатор предназначен для частичной селекции фонового (неполяризованного) излучения и ограничения уровня максимального сигнала. Для преобразования лазерного излучения на выходное окно лазера может крепиться однолинзовый объектив (7).

Таким образом, используя экспериментальные данные P и $P_s(z_1)$ можно на основании таблиц интеграла вероятности (см. приложение) найти $r(z_1)$.

$$\operatorname{erf}\left[u_1 = \frac{a\sqrt{2}}{r(z_1)}\right] = \left[\frac{P_s(z_1)}{P}\right] \rightarrow r(z_1) = \frac{a\sqrt{2}}{u_1}$$

Схема лабораторной установки для измерения параметров гауссова пучка по энергетическому методу

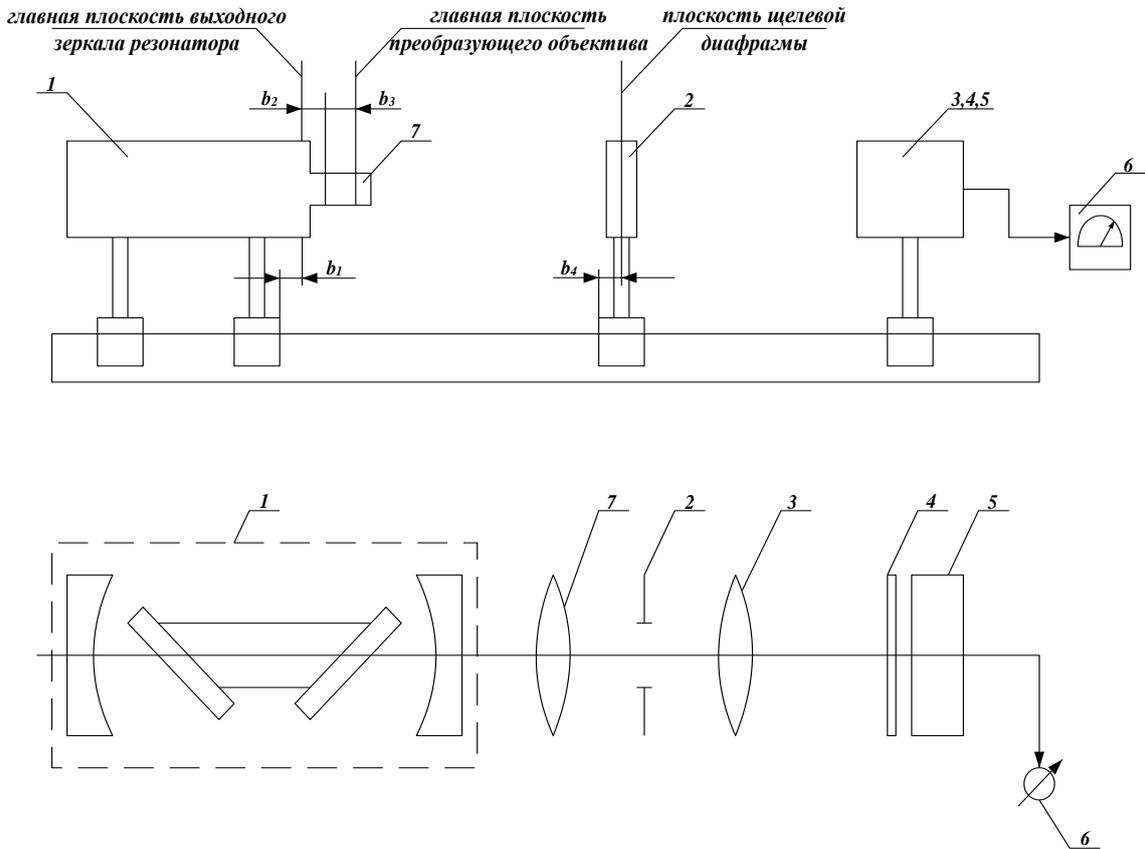


Рис. 5

Если измерение проведено для двух сечений (z_1) и ($z_2 = z_1 + z_{12}$), а затем вычислены $r_1 = r(z_1)$ и $r_2 = r(z_2)$, то из системы уравнений для $r(z)$

$$\begin{cases} r_1 = r(z_1) = r_0 \left[1 + \left(\frac{z_1}{z_k} \right)^2 \right]^{1/2} \\ r_2 = r(z_2) = r_0 \left[1 + \left(\frac{z_2}{z_k} \right)^2 \right]^{1/2} \end{cases},$$

а также с учетом

$$\begin{aligned} z_2 &= z_1 + z_{12} \\ z_k &= \pi r_0^2 / \lambda \end{aligned} \tag{15}$$

при условии, что перетяжка не содержится между положениями (z_1) и (z_2), можно найти радиус $r_0 = r_0^2$ в сечении перетяжки и ее положение

$$\left. \begin{aligned}
 r_0^2 &= \frac{\frac{r_1^2 + r_2^2}{2} + \left[(r_1 r_2)^2 - \left(\frac{\lambda z_{12}}{\pi} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{2 \cdot \left[1 + \left(\frac{\pi}{2 \lambda z_{12}} \right)^2 \cdot (r_2^2 - r_1^2)^2 \right]} \\
 z_1 &= z_K \sqrt{\frac{r_1}{r_0} - 1} = \frac{\pi}{\lambda} r_0 \sqrt{r_1^2 - r_0^2}
 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Затем по формулам (15) и (7) вычисляются конфокальный параметр z_{K2}^3 и расходимость пучка $2\theta_2^3$.

Конструктивные параметры компонентов лабораторной установки:

Лазер ЛГН-203

Радиусы зеркал $R_1=1\text{м}$, $R_2=2\text{м}$ (выходное зеркало);

длина резонатора $L=330\text{мм}$;

$b_1=49\text{мм}$, $b_2=25\text{мм}$.

Щелевая диафрагма

$2a=0,5\text{мм}$,

расстояние от плоскости диафрагмы до передней кромки установочной призмы $b_4=62\text{мм}$.

Преобразующий объектив

Фокусное расстояние $f=83\text{мм}$,

расстояние от главной плоскости объектива до заднего торца оправы объектива $b_3=17\text{мм}$.

4.2. Порядок проведения работы

Ознакомиться с теоретической частью работы и подготовить ответы на контрольные вопросы.

1. Рассчитать параметры z_{02} , z_{K2} , $2\theta_2$ гауссова пучка для лазера ЛГН-203.
2. На лабораторной установке (рис. 7) провести измерение величин P , $P_S(z_1)$, $P_S(z_2)$, z_{12} .
3. Рассчитать экспериментальные значения параметров r_{02}^3 , z_{K2}^3 , $2\theta_2^3$, и сравнить их с теоретическими значениями.
4. Оформить отчет по лабораторной работе, который должен содержать основное содержание теоретической части, используемые в расчетах формульные зависимости, схему лабораторной установки и результаты экспериментов, а также расчеты, проведенные при нахождении теоретических и экспериментальных параметров гауссовых пучков.

Контрольные вопросы

1. По известному распределению энергии в сечении пучка и положению этого сечения относительно фокальных и главных плоскостей оптической системы построить распределение энергии в оптически сопряженном сечении.
2. По известным форме огибающей гауссова пучка и положениям главных и фокальных плоскостей оптической системы найти графически расходимость пучка, преобразованного этой системой. Как может быть найдено сечение перетяжки преобразованного пучка?
3. На каких свойствах гауссовых пучков основан описанный метод измерения его параметров?

4. Решением каких систем уравнений являются выражения (29') и (31), используемые при расчете параметров пучков по результатам измерений?
5. При применении диафрагмы с круглым отверстием в энергетическом методе существенно упрощается обработка результатов. Почему диафрагма такой формы не использована в установке? Как изменится расчет, если щелевую диафрагму заменить на непрозрачную полосу, дополнительную к щели?

Вопросы для «отличников»

1. Каким образом обосновывается возможность применения и как используются методы геометрической оптики для анализа преобразования гауссовых пучков оптической системой?
2. Какую форму для гауссова пучка имеют лучи в их классическом определении?
3. Какие погрешности в лабораторной установке наиболее существенно влияют на точность экспериментально определяемых параметров?

Описание составили:

д.т.н., профессор

И.И. Пахомов

к.т.н., доцент

Н.М. Вереникина

